



Las opiniones y los contenidos de los trabajos publicados son responsabilidad de los autores, por tanto, no necesariamente coinciden con los de la Red Internacional de Investigadores en Competitividad.



Esta obra por la Red Internacional de Investigadores en Competitividad se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 3.0 Unported. Basada en una obra en riico.net.

Administración activa de portafolios con modelos markovianos de cambio de régimen- GARCH en los principales países de la región andina

Oscar V. De la Torre Torres¹

*Dora Aguilasocho Montoya**

*Evaristo Galeana Figueroa**

Resumen

En el presente trabajo se estudia el empleo de modelos markovianos con cambio de régimen (Markov-Switching, MS) de dos regímenes, con varianza constante, ARCH o GARCH y función de verosimilitud gaussiana o t-Student. Esto para administrar activamente portafolios en los mercados accionarios del índice MSCI andino (Chile, Colombia y Perú). Al realizar 996 simulaciones semanales de enero del 2000 a enero del 2019, se ejecutó la siguiente estrategia de inversión para un portafolio denominado en dólares de los EEUU: 1) invertir en el activo libre de riesgo si la probabilidad de estar en el régimen de alta volatilidad en t+1 es mayor a 50% o 2) invertir en el índice accionario en caso contrario. Los resultados sugieren que emplear modelos MS-ARCH gaussianos es lo mejor para la administración activa de los mercados chileno y colombiano, y que ninguno de estos es preferible para la administración pasiva en Perú.

Palabras clave: Markov-Switching GARCH, cadenas markovianas, administración activa de portafolios, acciones de la región Andina, finanzas computacionales, administración de riesgos.

Códigos JEL: C580, G11, G170

Abstract

In the present paper we test the benefits of using two-regime Markov-Switching (MS) models in the stock markets of the MSCI Andean index (Chile, Colombia and Peru). We tested this with either, constant, ARCH or GARCH variances and Gaussian or t-Student log-likelihood functions. By performing 996 weekly simulations from January 2000 to January 2019 in each MS model, we tested the next investment strategy for a U.S. dollar based investor: 1) to invest in the risk-free asset if the probability of being in the high-volatility regime at t+1 is higher than 50% or 2) to do it in the stock market index otherwise. Our results suggest that the Gaussian MS-ARCH models are the most suitable to generate alpha in the Chilean and Colombian markets and is preferable to perform passive investing in the Peruvian case.

Keywords: Markov-Switching GARCH, Markov chain processes, active portfolio management, Andean region stocks, computational finance, risk management.

JEL codes: C580, G11, G170

¹ Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Introducción al objetivo del artículo y motivación de la literatura existente en el mismo

Una de las actividades más importantes tanto en la administración de riesgos como en la administración de portafolios, es la adecuada cuantificación del nivel de rendimiento y exposición al riesgo esperados por la o el inversionista. Desde las propuestas primigenias de Markowitz (1959, 1952) esto se ha manejado como práctica generalmente aceptada que sienta la base de toda la literatura y práctica financiera.

Para cuantificar el nivel de rendimiento esperado por la o el inversionista, se han utilizado métodos como son la media aritmética o la exponencial. Otras propuestas o extensiones a la cuantificación del rendimiento esperado se dan con el empleo de los modelos ARMA² o ARMAX. En el primer caso, se establece que el proceso estocástico generador de la serie de tiempo (r_t) depende, dadas situaciones diversas propias del activo modelado, tanto de valores pasados (rezagos) de los rendimientos como de rezagos en los residuales (ε_t).

Como punto de partida y para fines de cuantificación de rendimientos en el presente trabajo, se seguirá a la práctica de valuación de activos y a la literatura relacionada a la Econometría Financiera, consistente en cuantificar r_t con el método de los rendimientos continuamente compuestos, mismo que parte del precio actual (P_t) y pasado (p_{t-1}) del activo, índice, moneda o mercancía analizado:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(p_{t-1}) \quad (2)$$

Lo anterior permite que la serie de tiempo en r_t sea estacionaria, dado el cálculo de la primera diferencia del logaritmo del precio. Partiendo de esta situación, (**Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) es la forma funcional de un modelo ARMA, cuyos pronósticos en $t + 1$ son integrados³ al precio actual (P_t). Esto a fin de pronosticar su precio en p_{t+1} .

Partiendo de la cuantificación del rendimiento esperado con alguno de los métodos previamente descritos, de mayor importancia es el nivel de exposición al riesgo que comenzó a aproximarse, en las primeras etapas históricas de la práctica financiera contemporánea, con la varianza convencional ($\sigma_t^2 = \sum_{t=1}^T (r_t - \mu) \cdot N^{-1}$), la cual tiene un valor constante a lo largo del tiempo. Sin embargo, con las propuestas de Engle (1982) y Bollerslev (1987), se lograron avances significativos, ya que la

² Para fines de exposición, se utilizarán las siglas, en idioma inglés: ARMA (Auto Regresive Moving Average o Auto Regresivo con Medias Móviles) and ARIMA (Auto Regresive Integrated Moving Average o Auto Regresivo con Medias Móviles Integrado).

³ De ahí la esencia y nombre del modelo ARIMA que aplica para p_t , dado el modelo ARMA en (1).

varianza puede ser cuantificada como un parámetro cambiante a lo largo del tiempo, la cual es una característica fundamental de los modelos GARCH⁴:

$$\sigma_t^2 = \sigma_0 + \sum_{p=1}^P \beta_p \cdot \varepsilon_{t-p}^2 + \sum_{q=1}^Q \gamma_q \cdot \sigma_{t-q}^2 + v_t \quad (1)$$

En la expresión previa y tal como se mencionó, el valor de la varianza σ_t^2 en t se cuantifica por medio de los valores cuadráticos de los residuales que se miden con la media o rendimiento esperado (ε_{t-p}^2), así como de los valores pasados de la varianza (σ_{t-q}^2) estimada en (1). El segundo y tercer términos en (1) se conocen como ARCH y GARCH respectivamente. Dado esto, se dice que el modelo es uno ARCH cuando (1) tiene esta forma funcional: $\sigma_t^2 = \sigma_0 + \sum_{p=1}^P \beta_p \cdot \varepsilon_t^2$ o se conoce como GARCH cuando se expresa (1) de manera completa.

El método de cuantificar riesgo o varianzas de manera dinámica a lo largo del tiempo por medio de modelos GARCH permitió grandes avances en la industria financiera. Más específicamente, los avances se lograron en áreas como es la valuación de activos y la administración de riesgos. Esto es así debido a que, en tiempos de crisis o alta volatilidad (fluctuación de precios) financiera, se miden varianzas altas y, en los periodos “normales” o de baja volatilidad, niveles bajos en la misma.

Una propiedad útil del modelo GARCH como el presentado en (1) es el hecho de que la suma $\sum_{p=1}^P \beta_p + \sum_{q=1}^Q \gamma_q$ lleva a un concepto conocido como “persistencia”, lo que implica que, si $\sum_{p=1}^P \beta_p + \sum_{q=1}^Q \gamma_q \approx 1$ en (1), los niveles de volatilidad alta “persistirán” por periodos largos en el tiempo. Esta situación es algo que puede presentarse en series de tiempo financieras como las generadas con (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Como una de las múltiples explicaciones dadas a este resultado, Dueker (1997), Lamoureux and Lastrapes (1990); Hamilton and Susmel (1994), Klaassen (2002) y Hass, Mitnik and Paoella (2004) proponen que la alta persistencia se debe a que el proceso estocástico de la serie de tiempo no debe modelarse de manera unimodal. Esto es, con una media y desviación estándar (y, por ende, una sola función de probabilidad), sino con múltiples medias y desviaciones estándar, que son propias de una función de probabilidad múltiple. Esto lleva a concebir a la serie de tiempo times

$$\sigma_t^2 = \sigma_{0,s} + \sum_{p=1}^P \beta_{p,s} \cdot \varepsilon_{t-p}^2 + \sum_{q=1}^Q \gamma_{p,s} \cdot \sigma_{t-q}^2 + v_t \quad (2)$$

Dada la naturaleza dinámica de los modelos MS y la posibilidad de inferir las probabilidades suavizadas y de transición para S regímenes, muchas aplicaciones de estos modelos se han estudiado, siendo de interés para este trabajo los estudios de la aplicación de modelos MS para la

⁴ Siglas de los modelos Generalizados con Heteroscedasticidad Auto Regresiva Condicionada (Generalized AutoRegresive Contitional Heteroskedasticity).

toma de decisiones de inversión. La lógica de la toma de decisiones del uso de los modelos MS en la toma de decisiones de inversión se da en la propuesta primigenia de Brooks y Persaud y de Ang y Bekaert (2002a, 2004). Estos autores sugieren el empleo de modelos MS en la toma de decisiones de índices accionarios de Estados Unidos y el Reino Unido, así como el empleo de modelos MS para administrar portafolios internacionalmente diversificados. Siguiendo estos dos trabajos, también se puede encontrar el trabajo de Kritzman Page y Turkington (2012), Hauptmann et. al. (2014) y de De la Torre, Galeana y Álvarez-García (2018), siendo éste último una aplicación en mercados accionarios tanto desarrollados como en uno emergente (México).

Con esta somera revisión de literatura identificamos las siguientes áreas de oportunidad para desarrollar nuestro estudio y simulaciones:

1. La literatura previa no estudia el empleo de modelos MS-ARCH o MS-GARCH en el proceso de toma de decisiones de inversión.
2. De los trabajos previamente descritos enfocado a la toma de decisiones de inversión con modelos MS solo uno se enfoca a países emergentes y latinoamericanos, dejando la oportunidad de estudiar su extensión a países de la región andina (países emergentes y latinoamericanos actualmente) como son Chile, Colombia y Perú, quienes son miembros del índice MSCI andino.
3. Poco se ha estudiado, en diferentes estudios, sobre el beneficio o empleo de modelos MS, MS-ARCH o MS-GARCH en los países de interés no solo en áreas de inversión, sino en modelado en general. Los trabajos de Camacho y Pérez-Quirós (2014), Cabrera et. al. (2017) y Sosa, Ortiz y Cabello (2018) hacen interesantes modelados con dos y tres regímenes (Cabrera et. al. (2017) es el único trabajo que emplea modelos MS-GARCH) en países latinoamericanos. Dado esto, nosotros deseamos extender sus resultados a la aplicación y empleo de modelos MS-ARCH y MS-GARCH en la toma de decisiones de inversión.

Dadas las áreas de oportunidad previamente citadas es que se establece el objetivo del presente trabajo: Demostrar que, al emplear modelos MS-ARCH o MS-GARCH, se genera alpha o rendimientos superiores a los logrados a una estrategia de inversión pasiva. Esto en los tres índices de los países miembro del índice MSCI andino. En específico, queremos demostrar que se logra esto desde la perspectiva de una o un inversionista cuyo portafolio está denominado en dólares de los Estados Unidos. Para lograr este objetivo se probará la siguiente estrategia de inversión activa de inversiones:

1. Invertir en el índice de mercado del país andino estudiado si la o el inversionista espera estar en el régimen normal o de baja volatilidad ($s = 1$) en $t + 1$ o

2. Invertir en el activo libre de riesgo en Estados Unidos si la o el inversionista, para el mismo periodo de tiempo ($t + 1$) espera estar en el régimen ($s = 2$) de alta volatilidad, régimen al que llamaremos (para fines netamente de exposición) de “alta volatilidad”.

La razón de utilizar la familia de índices MSCI la fundamentamos en el hecho de que la misma es una ampliamente reconocida y empleada para fines de *benchmarking* o referenciación en el diseño de la política de inversión de portafolios internacionalmente diversificados (Bodie, Kane, & Marcus, 2014, Maggin, Tuttle, Pinto, & McLeavey, 2007). Por otro lado, decidimos enfocar nuestro análisis a los tres mercados de la región andina por que, dentro de los países miembro del índice MSCI Emerging markets, la región de los países andinos (a pesar de estar fuertemente concentrada en el sector financiero, minero y de materias primas) ha tenido una adecuada evolución histórica en su desempeño. De manera complementaria, poco se ha escrito sobre estos países en la literatura relacionada a la aplicación de modelos MS en inversiones, razón por la cual consideramos de necesidad realizar el presente estudio.

Para fines de las pruebas a realizar, ejecutaremos una simulación discreta por eventos, con periodicidad semanal en donde, del primero de enero del 2000 al 30 de enero de 2019, la o el inversionista simulados realizarán, en cada uno de los tres mercados de interés (Chile, Colombia y Perú), la estrategia de inversión previamente expuesta.

Partiendo de la motivación previamente descrita y una vez planteado el objetivo a lograr en el presente artículo (presentamos la siguiente estructura en la situación retórica del documento: en el siguiente apartado hablaremos, para fines introductorios para los lectores interesados) del modelo MS-GARCH a utilizar aquí, así como de los parámetros a utilizar en el proceso de toma de decisiones de la estrategia de inversión. En el tercer apartado se presenta una descripción de los datos procesados, los resultados de la pertinencia de emplear modelos MS, MS-ARCH o MS-GARCH en las series de tiempo, así como el pseudoalgoritmo de la estrategia de inversión a realizar durante la simulación en cada índice. El cuarto apartado contiene la revisión de resultados y un breve corolario de los mismos, y en la quinta sección, discutimos las principales conclusiones, así como las recomendaciones para futuros trabajos de investigación y extensiones del presente.

Metodología de las simulaciones realizadas

Obtención y descripción estadística de los datos a utilizar en las simulaciones

Dada la descripción previa de los modelos MS-GARCH, se emplearán los precios históricos semanales de los índices de MSCI (2018c, 2019) que presentamos en la Tabla 1. Las tres series de tiempo comienzan el 6 de junio de 1998 y terminan el 31 de enero de 2019 (1,079 observaciones).

Como se mencionará posteriormente, las simulaciones iniciarán desde el primero de enero del 2000 y los históricos de los rendimientos (r_t) de las semanas previas se utilizarán para fines de estimación de los parámetros de los modelos MS-GARCH.

Los datos de las series de tiempo de los precios utilizadas en las simulaciones son extraídas de las bases de datos Refinitiv™ Eikon™ (Thomson Reuters, 2018) y fueron transformadas por el método de rendimientos continuamente capitalizables dado en (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Con esto, se lograron tres series de tiempo de rendimientos (r_t) con 1,078 observaciones (desde enero de 1998).

Tabla 1. Los índices accionarios y el activo libre de riesgo de los países andinos que se emplearán en las simulaciones

<i>RIC® de Refinitiv™</i>	<i>Fuente de los datos</i>	<i>Nombre del índice</i>	<i>Ticker utilizado en el artículo</i>	<i>País</i>
.dMICL00000PUS	Refinitiv™ Eikon™	Índice MSCI Chile (USD)	MSCICHLUSD	Chile
.dMICO00000PUS	Refinitiv™ Eikon™	Índice MSCI COLOMBIA (USD)	MSCICOLUSD	Colombia
.dMIPE00000PUS	Refinitiv™ Eikon™	Índice MSCI PERU (USD)	MSCIPERUSD	Perú
UST3MT=RR	Refinitiv™ Eikon™	Nota del tesoro de los EUA con 3 meses de vencimiento.	USTBILL	Estados Unidos

El resumen estadístico de estas tres series de tiempo se expone en la Tabla 2. Como se aprecia en la misma, los tres índices accionarios tienen valores mínimos similares en cuanto a rendimiento pagado, siendo una excepción el caso chileno que solo se diferencia por un mínimo o pérdida máxima observada de -0.2929% en una semana. Un resultado interesante es el hecho de que, en promedio, los tres índices pagan una tasa semanal menor a lo que, en promedio, pagaron las notas Tesoro de los Estados Unidos⁵. Sin embargo, al observar los valores máximos de estos índices, vemos que los mismos han llegado a pagar rendimientos mayores a la tasa libre de riesgo.

⁵ Que es, en la práctica profesional, considerado el activo libre de riesgo para una o un inversionista basado en dólares de los Estados Unidos (-USD-).

Tabla 2. Resumen estadístico de los rendimientos semanales de los índices accionarios y activo libre de riesgo estudiados en el presente artículo (valores en %)

<i>Ticker</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Cuantil 5%</i>	<i>Media</i>	<i>Desviación estándar</i>	<i>Cuantil 95%</i>	<i>Máximo</i>
<i>MSCICHLUSD</i>	-0.2929	-0.0478	0.0015	0.0329	0.049	0.2109
<i>MSCICOLUSD</i>	-0.2519	-0.059	0.0024	0.0392	0.0624	0.1623
<i>MSCIPERUSD</i>	-0.2544	-0.0564	0.0027	0.0389	0.0653	0.2468
<i>USTBILL</i>	-0.0002	0.000304	0.0373	0.0392	0.10538	0.12754

Fuente: Elaboración propia con datos de Thomson Reuters (2018)

Dicho esto, ahora se procederá una medición recursiva de la prueba anterior para cada una de las fechas en las que se realizó la simulación de la estrategia de inversión con los seis modelos MS-GARCH. Esto se hizo de enero de 2000 a enero de 2019 (996 fechas o semanas de simulación en total). Para ello se utilizarán todos los históricos que se tienen desde junio de 1998 hasta la primera semana de enero de 2000, se inferirá el modelo y se realizará tanto el cálculo del AIC como la ejecución de la estrategia de inversión. En las semanas siguientes hasta enero de 2019 se seguirá el mismo procedimiento utilizando la observación de (r_t) de esa semana y todas las de las semanas anteriores de manera recursiva.

Antes de revisar los resultados, se hará un paréntesis para describir brevemente el pseudoalgoritmo de las simulaciones a realizar. Esto se propone así ya que, en cada periodo, se calcularán los seis modelos candidatos en cada índice, se medirá el nivel de ajuste con el AIC y se tomarán las decisiones de inversión si este es factible (es decir, que el algoritmo de optimización converja a una solución). De manera complementaria, se presenta este pseudo algoritmo con el entendido de que la inferencia del modelo MS a emplear es una conditio sine qua non para la toma de decisiones de inversión.

El pseudo algoritmo de la estrategia de inversión a utilizar en las simulaciones

Para poder realizar las simulaciones que probarán el proceso de toma de decisiones de inversión o estrategia de inversión con modelos MS se supondrá que la o el inversionista tiene un portafolio con un balance inicial de USD 100,000.00 en el cual solo se podrá invertir en dos tipos de activos:

1. El valor base 100, al 7 de junio del año 2000, del índice del país simulado. Este índice será considerado como el precio teórico de un fondo comercializado en bolsa (ETF o Exchange Traded Fund) con un error de réplica o tracking error de cero, hacia el índice MSCI del país simulado.
2. El valor base 100, también al 7 de junio del año 2000, de un índice que paga la tasa de rendimiento de la nota del tesoro con 3 meses de vencimiento de los Estados Unidos

(USTBILL). Este será considerado como un fondo de inversiones que también tiene error de réplica o tracking error.

Dado que esta prueba es una primera de varias que se pretenden realizar para los índices accionarios de la región andina, se supondrá que no se pagan comisiones de corretaje ni impuestos. De manera complementaria y dado que se trata de simulaciones semanales, se hará de lado el impacto del riesgo cambiario (al estar calculados, de origen, los índices de la familia MSCI en dólares de los Estados Unidos), así como impactos de mercado por la fluctuación de precios al realizar las operaciones de compra o venta.

Por otro lado, el portafolio tendrá solo dos subcuentas:

1. Una subcuenta de custodia de valores en donde se encontrará el valor de mercado de las inversiones realizadas en los activos previamente descritos y
2. Una subcuenta de efectivo en donde se invertirán los montos residuales que, dado el número de títulos y el precio de los activos objeto de inversión, quedan a la vista.

Con estos supuestos y parámetros, se simulará en las 996 semanas de interés, la ejecución recursiva del siguiente pseudoalgoritmo que norma el comportamiento de la aplicación informática programada para las simulaciones:

Ciclo, de la semana 1 a 996:

1. Cuantificar el balance actual del portafolio al sumar el balance de la subcuenta de efectivo a la vista más el balance del valor de mercado de los activos que se encuentran en la subcuenta de custodia.
2. Ejecutar el análisis con el modelo MS (MS con varianza constante, MS-ARCH o MS-GARCH) dado en (2). Esto ya sea con función de verosimilitud gaussiana y/o t-Student.
3. Estimar la probabilidad suavizada del régimen de alta volatilidad para $t + 1$ ($\xi_{s=2,t+1}$) con (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).
4. Si $s_{t+1} = 2$ ($\xi_{s=2,t+1} > 0.5$), entonces:
 - a. El algoritmo invertirá en el fondo que paga la tasa de los USTBILL (Treasury-Bill ETF).Si no:
 - b. El algoritmo invertirá en el activo riesgoso (El ETF que replica el comportamiento del índice simulado).
5. Valuar el portafolio a precios de Mercado (mark-to-market) con los precios de cierre en t .

Finalizar ciclo

Los resultados logrados tanto para la estrategia de inversión pasiva (comprar y mantener) en los tres índices simulados, así como los resultados de la administración activa realizada con el pseudoalgoritmo anterior se presentan en la siguiente sección.

Discusión e interpretación de los resultados logrados en las simulaciones

Como primer punto de partida, deseamos mostrar, en la Tabla 4, el resumen de desempeño de la estrategia de inversión activa realizada ya sea en los 3 índices simulados o en el fondo que paga la tasa de los USTBILL. Como se puede apreciar, el activo o fondo que paga la tasa de la nota del Tesoro (activo libre de riesgo) lleva a un 38.38% de rendimiento acumulado en el periodo (2.11% anualizado). De manera adicional, se puede notar que los tres índices accionarios de la zona andina pagaron rendimientos acumulados superiores al activo libre de riesgo si la o el inversionista hubiesen realizado administración pasiva (comprar y mantener) en estos índices. El enunciado anterior lo fundamentamos con los rendimientos de 145.20% (7.99% anualizado), 730.94% (40.23%) y 969.06% (53.34%) que pagaron los índices chileno, colombiano y peruano respectivamente.

Tabla 4. Resumen del desempeño de la administración pasiva realizada en cada índice y el activo libre de riesgo objeto de estudio (datos en porcentaje excepto índice de Sharpe)

<i>Ticker</i>	<i>Rendimiento acumulado</i>	<i>Rendimiento medio</i>	<i>Desv. Est. de rendimiento</i>	<i>Peor desempeño semanal</i>
<i>MSCI Chile</i>	145.2050	0.0901	3.2291	-34.6620
<i>MSCI Colombia</i>	730.9436	0.2128	3.7632	-29.0246
<i>MSCI Perú</i>	969.0690	0.2381	3.9062	-29.3625
<i>USTBILL</i>	38.3854	0.0374	0.0393	---
<i>Ticker</i>	<i>CVaR (95%)</i>	<i>CVaR (98%)</i>	<i>índice de Sharpe</i>	
<i>MSCICHLUSD</i>	-7.5621	-10.6382	0.0076	
<i>MSCICOLUSD</i>	-8.9515	-12.2807	0.0345	
<i>MSCIPERUSD</i>	-8.8282	-11.9637	0.043	
<i>USTBILL</i>	---	---	---	

Fuente: Cálculos propios en base a las simulaciones realizadas con datos de Thomson Reuters (2018)

De interés adicional son los datos de las pérdidas potenciales y observadas en las que incurrió la o el inversionista en este caso. Tanto las cifras de Valor en Riesgo condicional (CVaR) como el peor desempeño semanal (conocido también como *max drawdown*) llevan a valores altos como pérdida potencial y observada (peor desempeño semanal).

La idea básica de la administración de inversiones es reducir, por un lado, estas pérdidas potenciales, así como incrementar los rendimientos logrados por medio de operaciones más periódicas de compra y venta. Dado esto, se tiene la expectativa de lograr estos dos objetivos al ejecutar la estrategia de inversión sugerida en este artículo, cuyo pseudoalgoritmo de presentó en la sección anterior.

Tabla 5. Resumen del desempeño de la administración activa, desde la perspectiva de un inversionista con un portafolio denominado en dólares de Estados Unidos, al invertir en el índice MSCI chileno con modelos Markov-Switching

<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>Rendimiento acumulado</i>	<i>Rendimiento medio</i>	<i>Desv. Est. rendimiento</i>	<i>Peor desempeño semanal</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	304.3449	0.1404	2.35	-6.8837
<i>MS-tStudent</i>	142.8021	0.0892	2.3695	-10.0516
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	351.4477	0.1515	2.2433	-6.8826
<i>MSARCH-tStudent</i>	131.6221	0.0844	2.344	-10.0567
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	240.7838	0.1232	2.2545	-14.8974
<i>MSGARCH-tStudent</i>	296.9058	0.1385	2.2653	-10.0541
<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>CVaR (95%)</i>	<i>CVaR (98%)</i>	<i>índice de Sharpe</i>	<i>Nivel medio de inversión en activo riesgoso</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	-4.9655	-5.8791	0.013	96.9700
<i>MS-tStudent</i>	-5.3301	-6.611	0.0085	96.9600
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	-4.8441	-5.8324	0.0314	95.9600
<i>MSARCH-tStudent</i>	-5.3446	-6.6101	0.0099	95.7400
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	-5.2099	-6.6896	0.019	89.1200
<i>MSGARCH-tStudent</i>	-5.0197	-6.2081	0.0218	92.5500

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizados y de Thomson Reuters (2018)

Para verificar esto y después de realizar las simulaciones de eventos previamente descritas, se presentan los resultados observados para el caso chileno en la Tabla 5 (los valores de todos los campos, excepto índice de Sharpe, se presentan en porcentaje).

Como se presenta en la misma, el empleo de modelos MS con varianza constante y de modelos MS-ARCH (ambos con función de verosimilitud t-Student) lleva a resultados de rendimiento acumulado más bajos que los logrados en una estrategia pasiva (comprar y mantener). Sin embargo, el emplear modelos MS-ARCH con función de verosimilitud gaussiana lleva al mayor rendimiento acumulado de los seis casos simulados: 351.44% en el periodo o 19.34% anualizado versus 145.20 o 7.99% anualizado de la estrategia pasiva.

De manera complementaria las medidas de riesgo (CVaR a 95% y 98% de confianza y peor desempeño semanal) tuvieron mejoras significativas en sus valores, respecto a la estrategia de

administración pasiva. Esto lo fundamentamos en el hecho de que este portafolio activamente administrado (MS-ARCH con función de verosimilitud gaussiana) tuvo un -6.88% en su peor desempeño semanal, el cual es observablemente menor al -34.66% de la estrategia pasiva. De manera complementaria, el índice de Sharpe, en casi todos los modelos MS, presentó mejoras en su cuantía.

Los resultados previamente descritos se deben gracias a que, al emplear el modelo MS-ARCH gaussiano, se logró una sensibilidad importante (en $t + 1$) para detectar los periodos de crisis o alta volatilidad, que llevaron a la o el inversionista a vender sus posiciones en el MSCI chileno y a comprar el activo libre de riesgo en dicho periodo.

Dados los resultados previos, se puede apreciar que la administración activa de portafolios para una o un inversionista en dólares lleva a mejores resultados de desempeño que una estrategia pasiva.

De manera similar a los resultados anteriores, presentamos en la Tabla 6 los valores o resultados logrados para el caso colombiano. De manera similar al caso chileno el modelo MS-ARCH gaussiano es el que lleva a mejores niveles de rendimiento acumulado. Es decir, a un valor acumulado de $1,236.37\%$ (68.03% anualizado) efectivo en el periodo de simulación. Esto es notoria y significativamente mayor a lo logrado con la estrategia de administración pasiva (730.94% efectivo o 40.23% anualizado) y su empleo lleva a mejoras también sustanciales tanto en las métricas de riesgo como de eficiencia media-varianza (índice de Sharpe). De interés adicional es el contraste entre el resultado de la Tabla 5 y la 3 en donde se muestra el modelo MS-GARCH gaussiano y no el MS-ARCH gaussiano como el mejor para describir el comportamiento de la serie de tiempo.

El resultado de desempeño anterior se logra, al igual que en el caso anterior, gracias a la sensibilidad que el modelo MS-ARCH gaussiano tiene ante cambios esperados hacia el régimen de alta volatilidad. Desafortunadamente, para el caso de los demás modelos (excepto el MS de varianza constante gaussiano), su empleo para fines de administración activa no lleva a resultados mejores que una estrategia de inversión pasiva.

Como una nota al margen, que será la misma para el caso del índice peruano a revisar en breve, se observa que el modelo MS de varianza constante y función de verosimilitud t-Student no fue factible en 5 fechas, lo que nos llevó a eliminarlo del análisis, dada su no convergencia en el problema de optimización a resolver.

Tabla 5. Resumen del desempeño de la administración activa, desde la perspectiva de un inversionista con un portafolio denominado en dólares de Estados Unidos, al invertir en el índice MSCI colombiano con modelos Markov-Switching

<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>Rendimiento acumulado</i>	<i>Rendimiento medio</i>	<i>Desv. Est. de rendimiento</i>	<i>Peor desempeño semanal</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	955.0516	0.2368	2.1647	-7.8681
<i>MS-tStudent</i>	No factible	No factible	No factible	No factible
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	1,236.0466	0.2605	2.1173	-7.7110
<i>MSARCH-tStudent</i>	296.3706	0.1384	2.2519	-11.1103
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	417.1382	0.1651	2.7558	-28.9105
<i>MSGARCH-tStudent</i>	188.6814	0.1065	1.9005	-10.7894
<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>CVaR (95%)</i>	<i>CVaR (98%)</i>	<i>índice de Sharpe</i>	<i>Nivel medio de inversión en activo riesgoso</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	-4.6464	-5.5010	0.0288	85.8800
<i>MS-tStudent</i>	No factible	No factible	No factible	No factible
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	-4.7034	-5.5538	0.0719	87.9100
<i>MSARCH-tStudent</i>	-5.8443	-7.5660	0.0214	89.2800
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	-6.7695	-9.3602	0.0254	87.0400
<i>MSGARCH-tStudent</i>	-4.8102	-6.8478	0.0140	75.7500

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizados y de Thomson Reuters (2018)

Finalmente, presentamos en la Tabla 6 los resultados de las simulaciones para el caso peruano. Para este mercado, ninguna de las estrategias de administración activa de portafolios con modelos MS o Markov-switching lleva a rendimientos acumulados mayores que la estrategia de inversión pasiva. Dado esto, recomendamos que, para el caso de una o un inversionista con un portafolio denominado en dólares de los Estados Unidos, no se utilice la estrategia de inversión con modelos MS; sino una pasiva.

Tabla 6. Resumen del desempeño de la administración activa, desde la perspectiva de un inversionista con un portafolio denominado en dólares de Estados Unidos, al invertir en el índice MSCI peruano con modelos Markov-Switching

<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>Rendimiento acumulado</i>	<i>Rendimiento medio</i>	<i>Desv. Est. de rendimiento</i>	<i>Peor desempeño semanal</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	647.7677	0.2022	2.2406	-8.8132
<i>MS-tStudent</i>	No factible	No factible	No factible	No factible
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	457.2712	0.1727	1.9411	-8.8116
<i>MSARCH-tStudent</i>	320.0473	0.1442	1.9712	-9.1628
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	175.0547	0.1017	1.9897	-13.5785
<i>MSGARCH-tStudent</i>	72.8231	0.055	1.407	-8.3691

<i>Modelo Markov-Switching utilizado</i>	<i>CVaR (95%)</i>	<i>CVaR (98%)</i>	<i>índice de Sharpe</i>	<i>Nivel medio de inversión en activo riesgoso</i>
<i>MS-Gaussiano</i>	-4.8931	-5.8094	0.0246	0.9194
<i>MS-tStudent</i>	No factible	No factible	No factible	No factible
<i>MSARCH-Gaussiano</i>	-4.5394	-5.5522	0.0383	0.9213
<i>MSARCH-tStudent</i>	-4.7419	-5.9544	0.0251	0.9031
<i>MSGARCH-Gaussiano</i>	-4.9372	-6.5737	0.016	0.8608
<i>MSGARCH-tStudent</i>	-3.783	-5.0911	0.005	0.8707

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizados y de Thomson Reuters (2018)

Dentro de las posibles causas que identificamos para estos resultados podría estar el hecho de que, de estas tres economías, la peruana es la que presenta una mayor concentración de empresas de mercancías (mineras) y financieras en su índice, razón por la cual el resultado puede estar dictado por otros factores no incorporados en nuestras simulaciones y cuya revisión sugerimos como materia de futuros trabajos de investigación.

Dicho esto, podemos presentar, a manera de corolario, el hecho de que el empleo de modelos MS-ARCH gaussianos es lo más adecuado para generar rendimientos acumulados atractivos en los mercados accionarios chileno y colombiano y que es mejor utilizar una estrategia de inversión pasiva o de “comprar y mantener” en el mercado peruano. Esto desde la perspectiva de una o un inversionista cuya moneda base de denominación es el dólar de los Estados Unidos.

Conclusiones

Los modelos markovianos de cambio de régimen, mejor conocidos como Markov-Switching (MS a partir de ahora) fueron propuestos por Hamilton (1990, 1989, 1994) para modelar series de tiempo cuyo comportamiento sea propio de un proceso estocástico con $s \geq 2$ regímenes o estados de la naturaleza. Esto es, que sea un proceso estocástico consistente en no una, sino dos o más funciones de probabilidad, mismas que tengan $s \geq 2$ parámetros de localización, dispersión y forma.

Al momento de redactar el presente trabajo, múltiples aplicaciones de este tipo de modelos se han propuesto y estudiado, siendo de interés particular en el presente su empleo en estrategias de inversión. En específico la propuesta primigenia de Brooks y Persaud (2001), Ang y Bekaert (2002a), Kritzman, Page y Turkington (2012), Hauptmann et. al. (2014) o los estudios de De la Torre, Galeana y Álvarez-García (2018) se enfocan al empleo de los mismos en la administración activa de índices accionarios de portafolios y de índices accionarios de países desarrollados y de México (el último trabajo citado). Partiendo de esto, poco se ha estudiado y desarrollado en la materia (empleo de modelos MS en inversiones) para otras economías emergentes como son los tres mercados accionarios que integran el índice MSCI (2012) andino (Chile, Colombia y Perú).

Dada esta carencia, enfocamos nuestro análisis a estos tres países debido a que son economías emergentes que son miembro de los reconocidos índices MSCI de mercados emergentes (2018a), miembros del sub conjunto del anterior dado por el MSCI para Latino América (2018b), los cuales, a su vez, son sub conjuntos del reconocido índice MSCI mundial (2018c). Dada esta relevancia de la zona de los mercados accionarios de la zona andina es que acotamos nuestra atención a los resultados logrados con una administración activa de portafolios en los mismos. Esto desde la perspectiva de una o un inversionista cuya cartera está denominada en dólares de los Estados Unidos.

De manera complementaria, se observó que los modelos de administración activa solo se enfocan a emplear modelos MS con función de verosimilitud gaussiana y varianzas convencional o constante a lo largo del tiempo. Dado esto, extendimos los estudios en la materia al utilizar modelos MS con varianzas ARCH o GARCH y contrastamos los resultados de desempeño que se lograrían si una o un inversionista hubiera realizado administración activa de portafolios con los mismos. Esto al utilizar la siguiente estrategia de inversión:

1. Invertir en el índice de mercado del país andino estudiado si la o el inversionista espera estar en el régimen normal o de baja volatilidad ($s = 1$) en $t + 1$ o
2. Invertir en el activo libre de riesgo en Estados Unidos si la o el inversionista, para el mismo periodo de tiempo ($t + 1$) espera estar en el régimen ($s = 2$) de alta volatilidad.

Al realizar simulaciones semanales de enero del año 2000 hasta enero del año 2019 (996 semanas) y al utilizar, de manera recursiva en cada fecha, datos desde junio del año 1998, se infirieron los modelos MS, MS-ARCH o MS-GARCH y sus probabilidades suavizadas de estar en el régimen de alta volatilidad en $t + 1$. Dado esto, se observó que los modelos MS-ARCH con función de verosimilitud gaussiana son muy apropiados para generar mayores rendimientos en una administración de inversiones activa en los mercados chileno y colombiano. Sin embargo, al probar los seis modelos MS en el caso peruano, no se encontró evidencia de mejora en el desempeño de los portafolios simulados. Dado esto, concluimos que no se puede realizar administración activa en Perú, al emplear los modelos MS, MS-ARCH o MS-GARCH.

Dados los supuestos que se utilizaron en las simulaciones, así como la limitante del periodo estudiado, sugerimos las siguientes extensiones al presente trabajo:

1. Realizar las simulaciones de la administración activa incorporando el impacto de costos de corretaje o fluctuación del precio de mercado al ejecutar las operaciones de compra o venta.
2. Incrementar el número de regímenes para tener más de dos de ellos.
3. Determinar las causas en la diferencia de resultados observados en este trabajo, en especial en el caso peruano.
4. Extender los cálculos de los modelos MS-GARCH con probabilidades de transición autorregresivas y no fijas a lo largo del tiempo.
5. Extender el presente estudio a otros mercados latinoamericanos y desde la perspectiva de un inversionista cuyo portafolio está denominado en moneda local y no en dólares.

Con los resultados aquí presentados, se espera lograr una contribución significativa a la literatura del empleo de modelos MS. En específico, al empleo de estos para fines de administración activa de portafolios. De manera complementaria, se espera contribuir al estudio de los beneficios de invertir en los mercados accionarios de la región andina, la cual ha sido poco estudiada hasta el momento.

Referencias

- Ahmed, R. R., Vveinhardt, J., Štreimikiene, D., Ghauri, S. P., & Ashraf, M. (2018). Stock returns, volatility and mean reversion in Emerging and Developed financial markets. *Technological and Economic Development of Economy*, 24(3), 1149–1177.
<https://doi.org/10.3846/20294913.2017.1323317>
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723. <https://doi.org/10.1016/J.CUB.2017.09.001>
- Alexander, C. (2002). Principal component models for generating large GARCH covariance matrices. *Economic Notes*, 31(2), 337–359. <https://doi.org/10.1111/1468-0300.00089>
- Alexander, C., & Kaeck, A. (2007). Regime dependent determinants of credit default swap spreads. *Journal of Banking & Finance*, (32), 1008–1021.
<https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.08.002>
- Alvarez-Plata, P., & Schrooten, M. (2006). The Argentinean currency crisis: A Markov-switching model estimation. *Developing Economies*, 44(1), 79–91. <https://doi.org/10.1111/j.1746-1049.2006.00004.x>
- Ang, A., & Bekaert, G. (2002a). International Asset Allocation With Regime Shifts. *The Review of Financial Studies*, 15(4), 1137–1187.
- Ang, A., & Bekaert, G. (2002b). Regime Switches in Interest Rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(2), 163–182. <https://doi.org/10.1198/073500102317351930>
- Ang, A., & Bekaert, G. (2002c). Short rate nonlinearities and regime switches. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26(7–8), 1243–1274. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(01\)00042-2](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(01)00042-2)
- Ang, A., & Bekaert, G. (2004). How regimes affect asset allocation. *Financial Analysts Journal*, 60(2), 86–99. <https://doi.org/10.2469/faj.v60.n2.2612>
- Areal, N., Cortez, M. C., & Silva, F. (2013). The conditional performance of US mutual funds over different market regimes: do different types of ethical screens matter? *Financial Markets and Portfolio Management*, 27(4), 397–429. <https://doi.org/10.1007/s11408-013-0218-5>
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2014). *Investments global edition* (10th ed.). New York, USA: Mc Graw-Hill.
- Bollerslev, T. (1987). A Conditionally Heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *The Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542–547.
- Brooks, C., & Persaud, G. (2001). The trading profitability of forecasts of the gilt–equity yield ratio. *International Journal of Forecasting*, 17(1), 11–29.
- Cabrera, G., Coronado, S., Rojas, O., & Venegas-Martínez, F. (2017). Synchronization and Changes in Volatilities in the Latin American's Stock Exchange Markets. *International*

- Journal of Pure and Applied Mathematics*, 114(1). <https://doi.org/10.12732/ijpam.v114i1.10>
- Camacho, M., & Perez-Quiros, G. (2014). Commodity Prices and the Business Cycle in Latin America: Living and Dying by Commodities? *Emerging Markets Finance and Trade*, 50(2), 110–137. <https://doi.org/10.2753/ree1540-496x500207>
- Castellano, R., & Scaccia, L. (2014). Can CDS indexes signal future turmoils in the stock market? A Markov switching perspective. *CEJOR*, 22(2), 285–305. <https://doi.org/10.1007/s10100-013-0330-7>
- De la Torre, O., Galeana-figueroa, E., & Álvarez-García, J. (2018). Using Markov-Switching models in Italian , British , U . S . and Mexican equity portfolios : a performance test. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, 11(2), 489–505. <https://doi.org/https://doi.org/10.1285/i20705948v11n2p489>
- Dubinskas, P., & Stungurienė, S. (2010). Alterations in the financial markets of the baltic countries and Russia in the period of Economic downturn. *Technological and Economic Development of Economy*, 16(3), 502–515. <https://doi.org/10.3846/tede.2010.31>
- Dueker, M. (1997). Markov Switching in GARCH Processes and Mean- Reverting Stock-Market Volatility. *Journal of Business & Economics Statistics*, 15(1), 26–34.
- Dufrénot, G., Mignon, V., & Péguin-Feissolle, A. (2011). The effects of the subprime crisis on the Latin American financial markets: An empirical assessment. *Economic Modelling*, 28(5), 2342–2357. <https://doi.org/10.1016/J.ECONMOD.2011.04.012>
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Girdzijauskas, S., Štreimikienė, D., Čepinskis, J., Moskaliova, V., Jurkonytė, E., & Mackevičius, R. (2009). Formation of Economic bubbles: causes and possible interventions. *Technological and Economic Development of Economy*, 15(2), 267–280. <https://doi.org/10.3846/1392-8619.2009.15.267-280>
- Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x>
- Haas, M., Mittnik, S., & Paolella, M. S. (2004). A New Approach to Markov-Switching GARCH Models. *Journal of Financial Econometrics*, 2(4), 493–530.
- Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384.
- Hamilton, J. D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, 45(1–2), 39–70. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90093-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90093-9)

- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton university press.
- Hamilton, J. D., & Susmel, R. (1994). Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics*, 64(1–2), 307–333. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90067-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90067-1)
- Hauptmann, J., Hoppenkamps, A., Min, A., Ramsauer, F., & Zagst, R. (2014). Forecasting market turbulence using regime-switching models. *Financial Markets and Portfolio Management*, 28(2), 139–164. <https://doi.org/10.1007/s11408-014-0226-0>
- Kanas, A. (2005). Regime linkages between the Mexican currency market and emerging equity markets. *Economic Modelling*, 22(1), 109–125. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2004.05.003>
- Kim, C.-J. (1994). Dynamic linear models with Markov-switching. *Journal of Econometrics*, 60(1–2), 1–22. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)90036-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90036-1)
- Klaassen, F. (2002). Improving GARCH volatility forecasts with regime-switching GARCH. In *Advances in Markov-Switching Models* (pp. 223–254). https://doi.org/10.1007/978-3-642-51182-0_10
- Klein, A. C. (2013). Time-variations in herding behavior: Evidence from a Markov switching SUR model. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 26, 291–304. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2013.06.006>
- Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2012). Regime Shifts: Implications for Dynamic Strategies. *Financial Analysts Journal*, 68(3), 22–39.
- Kutty, G. (2010). the Relationship Between Exchange Rates and Stock Prices : the Case of Mexico. *North American Journal of Finance and Banking Research*, 4(4), 1–12.
- Lamoureux, C. G., & Lastrapes, W. D. (1990). Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 8(2), 225–234. <https://doi.org/10.1080/07350015.1990.10509794>
- Lopes, J. M., & Nunes, L. C. (2012). A Markov regime switching model of crises and contagion: The case of the Iberian countries in the EMS. *Journal of Macroeconomics*, 34, 1141–1153. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2012.08.007>
- Ma, J., Deng, X., Ho, K.-C., & Tsai, S.-B. (2018). Regime-Switching Determinants for Spreads of Emerging Markets Sovereign Credit Default Swaps. *Sustainability*, 10(2730), 1–17. <https://doi.org/10.3390/su10082730>
- Maggin, J. L., Tuttle, D., Pinto, J., & McLeavey, D. W. (2007). *Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process* (John Miley and Sons Inc, Ed.). Hoboken, USA.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.

<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>

- Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection. Efficient diversification of investments*. New Haven: Yale University Press.
- Miles, W., & Vijverberg, C.-P. (2011). Formal targets, central bank independence and inflation dynamics in the UK: A Markov-Switching approach. *Journal of Macroeconomics*, 33, 644–655. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2011.04.003>
- Mouratidis, K., Kenourgios, D., Samitas, A., & Vougas, D. (2013). Evaluating currency crises: A multivariate markov regime switching approach*. *Manchester School*, 81(1), 33–57. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9957.2012.02259.x>
- MSCI Inc. (2012). MSCI Andean Index (USD). *Market cap indexes*. Retrieved at April 24, 2019, from <https://www.msci.com/documents/10199/a71ce44f-2f53-44eb-b40b-fcba0e5b5547>
- MSCI Inc. (2018a). MSCI emerging markets index. *Indexes*. Retrieved at May 12, 2018, from <https://www.msci.com/documents/1296102/1362201/MSCI-Emerging-Markets-Brochure-April-2018.pdf/9e532b6f-5281-4e36-bdae-045328a2f8ac>
- MSCI Inc. (2018b). MSCI emerging markets latin america index (USD). *Market cap indexes*. Retrieved at April 11, 2018, from <https://www.msci.com/documents/10199/5b537e9c-ab98-49e4-88b5-bf0aed926b9b>
- MSCI Inc. (2018c). MSCI Global Investable Market Indexes Methodology. *Indexes*. Retrieved at May 2, 2018, from http://www.msci.com/eqb/methodology/meth_docs/MSCI_Jan2015_GIMIMethodology_vf.pdf
- MSCI Inc. (2019). End of day index data search - MSCI. *Indexes*. Retrieved at April 2, 2019, from <https://www.msci.com/end-of-day-data-search>
- Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2), 347. <https://doi.org/10.2307/2938260>
- Parikakis, G. S., & Merika, A. (2009). Evaluating volatility dynamics and the forecasting ability of Markov switching models. *Journal of Forecasting*, 28(8), 736–744. <https://doi.org/10.1002/for.1135>
- Rotta, P. N., & Valls Pereira, P. L. (2016). Analysis of contagion from the dynamic conditional correlation model with Markov Regime switching. *Applied Economics*, 48(25), 2367–2382. <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1119794>
- Sharpe, W. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293.
- Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, XIX(3), 425–442.
- Sosa, M., Ortiz, E., & Cabello, A. (2018). Dynamic Linkages between Stock Market and Exchange

- Rate in mila Countries: A Markov Regime Switching Approach (2003-2016). *Análisis Económico*, 33(83), 57–74. <https://doi.org/10.24275/uam/azc/dcsh/ae/2018v33n83/sosa>
- Thomson Reuters. (2018). Thomson Reuters Eikon. *Thomson Refinitiv Eikon login*. Retrieved at December 10, 2018, from <https://eikon.thomsonreuters.com/index.html>
- Viterbi, A. (1967). Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 13(2), 260–269. <https://doi.org/10.1109/TIT.1967.1054010>
- Walid, C., Chaker, A., Masood, O., & Fry, J. (2011). Stock market volatility and exchange rates in emerging countries: A Markov-state switching approach. *Emerging Markets Review*, 12, 272–292. <https://doi.org/10.1016/j.ememar.2011.04.003>
- Walid, C., & Duc Khuong, D. (2014). Exchange rate movements and stock market returns in a regime-switching environment: Evidence for BRICS countries. *Research in International Business and Finance*, (31), 46–56. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2013.11.007>
- Zhao, H. (2010). Dynamic relationship between exchange rate and stock price: Evidence from China. *Research in International Business and Finance*, 24(2), 103–112. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2009.09.001>
- Zheng, T., & Zuo, H. (2013). Reexamining the time-varying volatility spillover effects: A Markov switching causality approach. *North American Journal of Economics and Finance*, 26, 643–662. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2013.05.001>